

# 模糊推理的反向三 I 约束算法\*

宋士吉 吴澄

清华大学自动化系, 北京 100084

**摘要** 提出了基于蕴涵算子  $R_0$  的反向三 I 约束算法的理论, 分别得到了  $\alpha$ -反向三 I 约束算法的 FMP 的下确界与 FMT 的上确界的一般计算公式.

**关键词** 模糊推理 蕴涵算子  $R_0$  反向三 I 约束算法

自 Zadeh<sup>[1]</sup>首先提出模糊推理的复合蕴涵规则 (CRI)方法以来, 文献[2~4]从各种不同的角度分别推广了这一方法. 由于 CRI 方法一般不具有还原性, 文献[5]对于某些常用的复合运算与蕴涵算子讨论了 CRI 方法的 MP-近似特征. 进而为了克服 CRI 推理方法的若干缺陷, 王国俊<sup>[6]</sup>首先提出了在每一步推理都使用蕴涵运算的全蕴涵三 I 方法. 其后, 本文作者<sup>[7]</sup>又提出了三 I 方法的约束度理论, 其一般化形式可描述为如下的优化问题:

对于  $\alpha \in (0, 1]$ ,  $A \in \mathcal{F}(X)$  和  $B \in \mathcal{F}(Y)$ , 并且  $A^* \in \mathcal{F}(X)$  (或者  $B^* \in \mathcal{F}(Y)$ ), 寻求最优的  $B^* \in \mathcal{F}(Y)$  (或者  $A^* \in \mathcal{F}(X)$ ) 使得

$$(A(x) \rightarrow B(y)) \rightarrow (A^*(x) \rightarrow B^*(y)) \leq \alpha \quad (1)$$

对一切  $x \in X$  与  $y \in Y$  成立, 其中  $\mathcal{F}(X)$  和  $\mathcal{F}(Y)$  分别表示  $X$  与  $Y$  上的模糊集全体. 针对蕴涵算子  $R_0: [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ :

$$R_0(a, b) = \begin{cases} 1, & a \leq b, \\ a' \vee b, & a > b, \end{cases} \quad (\text{其中 } a' = 1 - a)$$

分别给出了一般的  $\alpha$ -三 I 模糊取式(FMP)的上确界与  $\alpha$ -三 I 模糊拒取式(FMT)的下确界的计算公式<sup>[7]</sup>.

本文中我们提出了反向三 I 约束算法的理论,

其一般化形式可描述为:

在(1)式的前提假设下, 寻求最优的  $B^* \in \mathcal{F}(Y)$  (或者  $A^* \in \mathcal{F}(X)$ ) 使得

$$(A^*(x) \rightarrow B^*(y)) \rightarrow (A(x) \rightarrow B(y)) \leq \alpha \quad (2)$$

对一切  $x \in X$  与  $y \in Y$  成立.

本文对蕴涵算子  $R_0$  分别给出了  $\alpha$ -反向三 I 约束算法的 FMP 的下确界与  $\alpha$ -反向三 I 约束算法的 FMT 的上确界的一般计算公式.

## 1 $\alpha$ -反向三 I 约束算法的 FMP 下确界

现在, 我们将考虑反向三 I 约束算法的一般化问题, 即对于给定的  $\alpha \in (0, 1]$ , 寻求使得(2)式成立的最优解. 首先, 考虑 FMP 的一般化问题, 我们给出下面的  $\alpha$ -反向三 I 约束原则:

$\alpha$ -反向三 I 约束原则(FMP) 设  $X, Y$  是非空集,  $A, A^* \in \mathcal{F}(X)$ ,  $B \in \mathcal{F}(Y)$ , 如果  $B^*$  是  $\mathcal{F}(Y)$  中使(2)式成立的最小模糊集, 则称  $B^*$  为式(2)的反向三 I FMP 的  $\alpha$  解.

**注 1** 当  $B^*(y) \equiv 1$  时, (2)式左端恒取最小值为  $R_0(A(x), B(y))$ ; 当  $B^*(y) \equiv 0$  时, (2)式左端恒取最大值为

$$(A^*(x))' \rightarrow R_0(A(x), B(y)) = \begin{cases} 1, & (A^*(x))' \leq R_0(A(x), B(y)), \\ A^*(x), & (A^*(x))' > R_0(A(x), B(y)), A^*(x) > R_0(A(x), B(y)), \\ R_0(A(x), B(y)), & (A^*(x))' > R_0(A(x), B(y)), A^*(x) \leq R_0(A(x), B(y)). \end{cases} \quad (3)$$

2001-06-18 收稿, 2001-07-23 收修改稿

\* 国家自然科学基金(批准号: 60074015, 60004010)和清华大学研究基金(批准号: JC2001029)资助项目

E-mail: shijis@cims.tsinghua.edu.cn

由(3)式, 当

$$(A^*(x))' > R_0(A(x), B(y)) \text{ 且} \\ A^*(x) \leq R_0(A(x), B(y)) \quad (4)$$

时, (2)式左端的最大值为  $R_0(A(x), B(y))$ ; 而(2)式左端的最小值恒为  $R_0(A(x), B(y))$ . 因而, 当(4)式成立时, 任意  $\alpha \in [R_0(A(x), B(y)), 1]$ ,  $\mathcal{F}(Y)$  中使(2)式成立的最小模糊集为  $B^*(y) \equiv 0$ .

对于(4)式不成立的情形, 考虑 FMP 的一般化问题时,  $\alpha$  的取值范围应限定为

$$\alpha \in (R_0(A(x), B(y)), 1). \quad (5)$$

我们得到了  $\alpha$ -反向三 I 约束 FMP 的下确界算法如下:

**定理 1** ( $\alpha$ -反向三 I 约束 FMP 下确界算法 1) 设  $X, Y$  是非空集,  $A, A^* \in \mathcal{F}(X), B \in \mathcal{F}(Y)$ . 对任意  $y \in Y$ , 如果  $x \in E_y$ , 则  $\mathcal{F}(Y)$  中使(2)式成立的模糊集的下确界  $B^*(y)$  可确定为

$$B^*(y) = \sup_{x \in E_y \cap K_y} [A^*(x) \wedge (R_0(A(x), B(y)) \vee \alpha')] \cdot \chi_{E_y \cap K_y} \\ + \sup_{x \in E_y - K_y} [A^*(x) \wedge (R_0(A(x), B(y)))] \cdot \chi_{E_y - K_y}, \quad (6)$$

这里  $K_y = \{x \in X | A^*(x) > \alpha\}$ .

$$E_y = \{x \in X | (A^*(x))' \leq R_0(A(x), B(y))\}$$

**证** 对于任意  $y \in Y$  和由(6)式确定的  $B^*(y)$ , 首先证明: 任意满足  $C(y) > B^*(y)$  的  $C(y)$  必使得(2)式成立. 对于  $x \in E_y$ . 分情形讨论如下:

**情形 1** 若  $x \in E_y \cap K_y$ . 则由(6)式确定的  $B^*(y)$ , 知

$$C(y) > B^*(y) \geq A^*(x) \wedge (R_0(A(x), B(y)) \vee \alpha'). \quad (7)$$

再分成两种情形:

(1) 若  $A^*(x) \leq C(y)$ , 则  $R_0(A^*(x), C(y)) \equiv 1$ , 从而

$$M_{xy} = R_0(A^*(x), C(y)) \rightarrow R_0(A(x), B(y)) = 1 \rightarrow R_0(A(x), B(y)) \leq \alpha.$$

(2) 若  $A^*(x) > C(y)$ , 则  $R_0(A^*(x), C(y)) = (A^*(x))' \vee C(y)$ . 注意到(7)式, 有

$$C(y) > B^*(y) \geq R_0(A(x), B(y)) \vee \alpha' \quad (8)$$

由此, 得  $(C(y))' < \alpha$ . 进而, 再由(8)式与(5)式的假设, 我们有

$$M_{xy} = R_0(A^*(x), C(y)) \rightarrow R_0(A(x), B(y)) = (A^*(x) \wedge (C(y))') \vee R_0(A(x), B(y)) < \alpha. \quad (9)$$

**情形 2** 若  $x \in E_y - K_y$ . 同样地, 从(6)式确定的  $B^*(y)$  的意义, 知

$$C(y) > B^*(y) \geq A^*(x) \wedge R_0(A(x), B(y)) \quad (10)$$

再分成两种情形:

(1) 若  $A^*(x) \leq C(y)$ , 则从定理 1 中情形 1 的(1)之证, 知道  $C(y)$  使得(2)式成立.

(2) 若  $A^*(x) > C(y)$ , 则

$$R_0(A^*(x), C(y)) = (A^*(x))' \vee C(y).$$

从(10)式, 又有

$$C(y) > B^*(y) \geq R_0(A(x), B(y)). \quad (11)$$

由此, 并注意到  $x \notin K_y$ , 知道  $A^*(x) \leq \alpha$ . 进而再利用(5)式的假设, 得

$$M_{xy} = R_0(A^*(x), C(y)) \rightarrow R_0(A(x), B(y)) = (A^*(x) \wedge (C(y))') \vee R_0(A(x), B(y)) \leq \alpha. \quad (12)$$

综合情形 1 与情形 2 所证,  $C(y)$  使得(2)式成立. 另一方面, 我们证明: 对于某一  $y_0 \in Y$ , 则任

意满足  $D(y_0) < B^*(y_0)$  的  $D(y_0)$  必不会使得(2)式成立. 事实上, 由(6)式中确定的  $B^*(y_0)$  的意义, 可分成两种情形讨论:

情形 i 存在  $x_0 \in E_{y_0} \cap K_{y_0}$  使得

$$D(y_0) < A^*(x_0) \wedge (R_0(A(x_0), B(y_0)) \vee \alpha'). \quad (13)$$

又可分成两种情形:

(1) 若  $D(y_0) \leq R_0(A(x_0), B(y_0))$ . 则

$$R_0(A^*(x_0), D(y_0)) \rightarrow R_0(A(x_0), B(y_0)) = (A^*(x_0))' \vee D(y_0) \rightarrow R_0(A(x_0), B(y_0)) = 1 > \alpha.$$

(2) 若  $D(y_0) > R_0(A(x_0), B(y_0))$ . 则从(13)式, 知  $D(y_0) < \alpha'$ . 再注意到  $x_0 \in K_{y_0}$ , 有

$$R_0(A^*(x_0), D(y_0)) \rightarrow R_0(A(x_0), B(y_0)) = (A^*(x_0))' \vee D(y_0) \rightarrow R_0(A(x_0), B(y_0)) = (A^*(x_0) \wedge D'(y_0)) \vee R_0(A(x_0), B(y_0)) > \alpha.$$

情形 ii 存在  $x_0 \in E_{y_0} - K_{y_0}$  使得

$$D(y_0) < A^*(x_0) \wedge R_0(A(x_0), B(y_0)). \quad (14)$$

于是, 我们有

$$R_0(A^*(x_0), D(y_0)) \rightarrow R_0(A(x_0), B(y_0)) = (A^*(x_0))' \vee D(y_0) \rightarrow R_0(A(x_0), B(y_0)) = 1 > \alpha. \quad (15)$$

综上所述,  $B^*(y)$  是  $\mathcal{F}(Y)$  中使(2)式成立的模糊集的下确界.

**定理 2** ( $\alpha$ -反向三 I 约束 FMP 下确界算法 2) 设  $X, Y$  是非空集,  $A, A^* \in \mathcal{F}(X), B \in \mathcal{F}(Y)$ . 对任意  $y \in Y$ , 如果  $x \in F_y$  则  $\mathcal{F}(Y)$  中使(2)式成立的模糊集的下确界  $B^*(y)$  可确定为

$$B^*(y) = \sup_{x \in F_y \cap K_y} [A^*(x) \wedge \alpha']. \quad (16)$$

这里  $K_y = \{x \in X \mid A^*(x) > \alpha\}$ ,

$$F_y = \{x \in X \mid A^*(x) \wedge (A^*(x))' > R_0(A(x), B(y))\}.$$

**证** 对于任意  $y \in Y$  和由(16)式确定的  $B^*(y)$ , 首先证明: 任意满足  $C(y) > B^*(y)$  的  $C(y)$  必使得(2)式成立. 对于  $x \in F_y$ , 分情形讨论如下:

情形 1 若  $x \in F_y \cap K_y$ . 则由(16)式确定的  $B^*(y)$ , 知

$$C(y) > B^*(y) \geq A^*(x) \wedge \alpha'. \quad (17)$$

再分成两种情形:

(1) 若  $A^*(x) \leq C(y)$ , 则从定理 1 的情形 1 中(1)之证, 知道  $C(y)$  使得(2)式成立.

(2) 若  $A^*(x) > C(y)$ , 则  $R_0(A^*(x), C(y)) = (A^*(x))' \vee C(y)$ . 注意到(17)式, 有  $C(y) > B^*(y) \geq \alpha'$ . 由此可得  $(C(y))' < \alpha$ . 利用定理 2 情形 1 的假设与(5)式的假设, 得

$$M_{xy} = R_0(A^*(x), C(y)) \rightarrow R_0(A(x), B(y)) = (A^*(x) \wedge (C(y))') \vee R_0(A(x), B(y)) < \alpha. \quad (18)$$

情形 2 若  $x \in F_y - K_y$ . 同样地, 从(16)式中确定的  $B^*(y)$  的意义, 知道  $B^*(y) = 0$ . 注意到  $x \in F_y, x \notin K_y$  与(5)式的假设, 有

$$M_{xy} = R_0(A^*(x), B^*(y)) \rightarrow R_0(A(x), B(y)) = (A^*(x))' \rightarrow R_0(A(x), B(y)) = A^*(x) \vee R_0(A(x), B(y)) \leq \alpha. \quad (19)$$

综合情形 1 与情形 2 所证,  $C(y)$  使得(2)式成立. 另一方面, 对于某一  $y_0 \in Y$ , 并且  $B^*(y_0) > 0$ . 则任意满足  $D(y_0) < B^*(y_0)$  的  $D(y_0)$  必不会使得(2)式成立. 事实上, 由(16)式中确定的  $B^*(y_0)$ , 知存在  $x_0 \in F_{y_0} \cap K_{y_0}$  使得  $D(y_0) < A^*(x_0) \wedge \alpha'$ . 于是, 注意到  $x_0 \in F_{y_0}$  与  $x_0 \in K_{y_0}$  和(5)式的假设, 可得

$$R_0(A^*(x_0), D(y_0)) \rightarrow R_0(A(x_0), B(y_0)) = (A^*(x_0))' \vee D(y_0) \rightarrow R_0(A(x_0), B(y_0)) = (A^*(x_0) \wedge D'(y_0)) \vee R_0(A(x_0), B(y_0)) > \alpha.$$

综上所述,  $B^*(y)$  是  $\mathcal{F}(Y)$  中使(2)式成立的模糊集的下确界.

## 2 $\alpha$ -反向三 I 约束算法的 FMT 上确界

现在考虑 FMT 的一般化问题, 我们给出下面的

$\alpha$ -反向三 I 约束原则:

$\alpha$ -反向三 I 约束原则(FMT) 设  $X, Y$  是非空集,  $A \in \mathcal{F}(X), B, B^* \in \mathcal{F}(Y)$ , 如果  $A^*$  是  $\mathcal{F}(X)$  中使式 (2) 成立的最大模糊集, 则称  $A^*$  为 (2) 式的反向三 I

$$B^*(y) \rightarrow R_0(A(x), B(y)) = \begin{cases} 1, & B^*(y) \leq R_0(A(x), B(y)), \\ R_0(A(x), B(y)), & B^*(y) > R_0(A(x), B(y)), (B^*(y))' \leq R_0(A(x), B(y)), \\ (B^*(y))', & B^*(y) > R_0(A(x), B(y)), (B^*(y))' > R_0(A(x), B(y)). \end{cases} \quad (20)$$

从 (20) 式, 知道当

$$(B^*(y))' > R_0(A(x), B(y)) \text{ 且 } (A^*(x))' \leq R_0(A(x), B(y)) \quad (21)$$

时, (2) 式左端的最大值为  $R_0(A(x), B(y))$ ; 而 (2) 式左端取得的最小值恒为  $R_0(A(x), B(y))$ . 故而, 当 (21) 式成立时, 对任意  $\alpha \in [R_0(A(x), B(y)), 1]$ ,  $\mathcal{F}(X)$  中使 (2) 式成立的最大模糊集为  $A^*(x) \equiv 1$ .

对于 (21) 式不成立的情形, 考虑 FMT 一般化问题时,  $\alpha$  的取值范围仍由 (5) 式限定.

进而, 我们得到了  $\alpha$ -反向三 I 约束 FMT 上确界算法如下:

**定理 3** ( $\alpha$ -反向三 I 约束 FMT 上确界算法 1) 设  $X, Y$  是非空集,  $A \in \mathcal{F}(X), B, B^* \in \mathcal{F}(Y)$ . 对任意  $x \in X$ , 如果  $y \in E_x$ , 则  $\mathcal{F}(X)$  中使 (2) 式成立的模糊集的上确界  $A^*(x)$  可确定为

$$A^*(x) = \inf_{y \in E_x \cap K_x} [B^*(y) \vee (R_0(A(x), B(y)) \wedge \alpha)] \cdot \chi_{E_x \cap K_x} + \inf_{y \in E_x - K_x} [B^*(y) \vee R_0(A(x), B(y))] \cdot \chi_{E_x - K_x}, \quad (22)$$

其中  $E_x = \{y \in Y | B^*(y) \leq R_0(A(x), B(y))\}$ ,  $K_x = \{y \in Y | B^*(y) < \alpha'\}$ .

**证** 对于任意的  $x \in X$  与任意  $C(x) < A^*(x)$ , 我们证明:  $C(x)$  必使得 (2) 式成立. 对于任意的  $y \in E_x$ , 分情形讨论如下:

情形 1 若  $y \in E_x \cap K_x$ . 由 (22) 式, 可得

$$C(x) < A^*(x) \leq B^*(y) \vee (R_0(A(x), B(y)) \wedge \alpha). \quad (23)$$

FMT 的  $\alpha$ -解.

**注 2** 当  $A^*(x) \equiv 0$  时, (2) 式左端恒取最小值为  $R_0(A(x), B(y))$ ; 当  $A^*(x) \equiv 1$  时, (2) 式左端恒取最大值为

再分成两种情形:

(1) 若  $C(x) \leq B^*(y)$ , 则  $R_0(C(x), B^*(y)) = 1$ , 类似于定理 1 中情形 1 的 (1), 可得

$$M_{xy} = R_0(C(x), B^*(y)) \rightarrow R_0(A(x), B(y)) \leq \alpha.$$

(2) 若  $C(x) > B^*(y)$ , 则  $R_0(C(x), B^*(y)) = C'(x) \vee B^*(y)$ . 注意到 (23) 式, 有

$$C(x) < A^*(x) \leq R_0(A(x), B(y)) \wedge \alpha. \quad (24)$$

由此可得  $C(x) < \alpha$  且  $C'(x) > R_0(A(x), B(y))$ . 从而, 再利用 (5) 式的假设, 又得

$$M_{xy} = R_0(C(x), B^*(y)) \rightarrow R_0(A(x), B(y)) = (C(x) \wedge (B^*(y))') \vee R_0(A(x), B(y)) < \alpha. \quad (25)$$

情形 2 若  $y \in E_x - K_x$ . 同样地, 从 (22) 式中  $A^*(x)$  的意义, 知道

$$C(x) < A^*(x) \leq B^*(y) \vee R_0(A(x), B(y)). \quad (26)$$

再分成两种情形:

(1) 若  $C(x) \leq B^*(y)$ , 则从定理 3 情形 1 的 (1), 知道  $C(x)$  使得 (2) 式成立.

(2) 若  $C(x) > B^*(y)$ , 则  $R_0(C(x), B^*(y)) = C'(x) \vee B^*(y)$ . 注意到 (26) 式, 有  $C(x) < R_0(A(x), B(y))$ . 由此可得  $C'(x) > R_0(A(x), B(y))$ . 注意到  $y \notin K_x$  与 (5) 式的假设, 我们有

$$M_{xy} = R_0(C(x), B^*(y)) \rightarrow R_0(A(x), B(y)) =$$

$$\begin{aligned} & (C(x) \wedge (B^*(y)))' \vee \\ & R_0(A(x), B(y)) \leq \alpha. \end{aligned} \quad (27)$$

综合情形1与情形2所证,  $C(x)$ 使得(2)式成立. 另一方面, 若存在某一  $x_0 \in X$  满足  $D(x_0) > A^*(x_0)$  则  $D(x_0)$ 必不会使得(2)式成立. 事实上, 由(22)式中确定的  $A^*(x_0)$ 的意义, 可分成两种情形讨论:

情形 i 存在  $y_0 \in E_{x_0} \cap K_{x_0}$  使得

$$\begin{aligned} & D(x_0) > B^*(y_0) \vee \\ & (R_0(A(x_0), B(y_0)) \wedge \alpha). \end{aligned} \quad (28)$$

于是, 又分成两种情形:

(1) 若  $D(x_0) \geq R_0(A(x_0), B(y_0))$ . 则

$$\begin{aligned} & R_0(D(x_0), B^*(y_0)) \rightarrow R_0(A(x_0), B(y_0)) \\ & = D'(x_0) \vee B^*(y_0) \rightarrow R_0(A(x_0), B(y_0)) \\ & = 1 > \alpha. \end{aligned}$$

(2) 若  $D(x_0) < R_0(A(x_0), B(y_0))$ . 则从(28)式, 知  $D(x_0) > \alpha$ . 再从  $y_0 \in K_{x_0}$ , 便得

$$\begin{aligned} & R_0(D(x_0), B^*(y_0)) \rightarrow R_0(A(x_0), B(y_0)) \\ & = (D(x_0) \wedge (B^*(y_0)))' \vee R_0(A(x_0), \\ & B(y_0)) > \alpha. \end{aligned}$$

情形 ii 存在  $y_0 \in E_{x_0} - K_{x_0}$  使得

$$D(x_0) > B^*(y_0) \vee R_0(A(x_0), B(y_0)).$$

则  $D(x_0) > R_0(A(x_0), B(y_0))$ . 再注意到  $y_0 \in E_{x_0}$ , 又得

$$\begin{aligned} & R_0(D(x_0), B^*(y_0)) \rightarrow R_0(A(x_0), B(y_0)) \\ & = D'(x_0) \vee B^*(y_0) \rightarrow R_0(A(x_0), B(y_0)) \\ & = 1 > \alpha. \end{aligned}$$

综上所述,  $A^*(x)$ 是  $\mathcal{F}(X)$ 中使(2)式成立的模糊集的上确界.

**定理4** ( $\alpha$ -反向三I约束FMT上确界算法2) 设  $X, Y$  是非空集,  $A \in \mathcal{F}(X), B, B^* \in \mathcal{F}(Y)$ . 对任意  $x \in X$ , 如果  $y \in F_x$ , 则  $\mathcal{F}(X)$ 中使(2)式成立的模糊集的上确界  $A^*(x)$ 可确定为

$$A^*(x) = \inf_{y \in F_x \cap K_x} [B^*(y) \vee \alpha], \quad (29)$$

其中  $F_x = \{y \in Y \mid B^*(y) \wedge (B^*(y))' > R_0(A(x), B(y))\}$ ,  $K_x = \{y \in Y \mid B^*(y) < \alpha'\}$ .

**证** 对任意  $x \in X$  与任意  $C(x) < A^*(x)$ , 则  $C(x)$ 必使得(2)式成立. 对于任意  $y \in F_x$ , 分情形讨论如下:

情形1 若  $y \in F_x \cap K_x$ . 则由(29)式确定的  $A^*(x)$ , 知

$$C(x) < A^*(x) \leq B^*(y) \vee \alpha \quad (30)$$

再分成两种情形:

(1) 若  $C(x) \leq B^*(y)$ , 则从定理3中情形1的(1)之证, 知道  $C(x)$ 使得(2)式成立.

(2) 若  $C(x) > B^*(y)$ , 则  $R_0(C(x), B^*(y)) = C'(x) \vee B^*(y)$ . 注意到(30)式, 我们有  $C(x) < A^*(x) \leq \alpha$ , 由此, 再利用定理4情形1的假设及(5)式假设, 可得

$$\begin{aligned} & M_{xy} = R_0(C(x), B^*(y)) \rightarrow \\ & R_0(A(x), B(y)) = \\ & (C(x) \wedge (B^*(y)))' \vee \\ & R_0(A(x), B(y)) < \alpha. \end{aligned} \quad (31)$$

情形2 若  $y \in F_x - K_x$ . 则由(29)式确定的  $A^*(x)$ , 知  $A^*(x) = 1$ . 注意到  $y \in F_x, y \notin K_x$  与(5)式的假设, 有

$$\begin{aligned} & M_{xy} = R_0(A^*(x), B^*(y)) \rightarrow \\ & R_0(A(x), B(y)) = \\ & B^*(y) \rightarrow R_0(A(x), B(y)) = \\ & (B^*(y))' \vee R_0(A(x), B(y)) = \\ & (B^*(y))' \leq \alpha. \end{aligned} \quad (32)$$

综合情形1与情形2所证,  $C(x)$ 使得(2)式成立. 另一方面, 对于某一  $x_0 \in X$ , 则任意满足  $D(x_0) > A^*(x_0)$ 的  $D(x_0)$ 必不会使得(2)式成立. 事实上, 由(29)式中确定的  $A^*(x_0)$ , 知存在  $y_0 \in F_{x_0} \cap K_{x_0}$  使得  $D(x_0) > B^*(y_0) \vee \alpha$ . 进而, 再从  $y_0 \in F_{x_0}, y_0 \in K_{x_0}$ , 得到

$$\begin{aligned}
 &R_0(D(x_0), B^*(y_0)) \rightarrow \\
 &R_0(A(x_0), B(y_0)) = \\
 &D'(x_0) \vee B^*(y_0) \rightarrow \\
 &R_0(A(x_0), B(y_0)) = \\
 &(D(x_0) \wedge (B^*(y_0))') \vee R_0(A(x_0), \\
 &B(y_0)) > \alpha.
 \end{aligned}$$

综上所述,  $A^*(x)$  是  $\mathcal{F}(X)$  中使(2)式成立的模糊集的上确界.

### 参 考 文 献

1 Zadeh L A. Outline of a new approach to the analysis of complex sys-

- tems and decision processes. IEEE Trans Systems Man Cybernet, 1973, 3: 28
- 2 Mamdani E H. Application of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic systems. IEEE Trans Comput, 1977, 26: 1182
- 3 Mizumoto M, et al. Comparison of fuzzy reasoning methods. Fuzzy Sets and Systems, 1982, 8: 253
- 4 Wu W M. Fuzzy reasoning and fuzzy relational equation. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20: 67
- 5 Ying M S. Reasonableness of the compositional rule of fuzzy inference. Fuzzy Sets and Systems, 1990, 36: 305
- 6 王国俊. 模糊推理的全蕴涵三 I 算法. 中国科学, E 辑, 1999, 29: 43
- 7 宋士吉, 等. 关于模糊推理全蕴涵三 I 算法的约束度理论. 自然科学进展, 2000, 10: 884

## 我国声悬浮研究取得重要进展

**提要** 在国家自然科学基金委员会优秀中青年人材专项基金、国家杰出青年科学基金等持续资助下, 西北工业大学应用物理系魏炳波教授及其合作者在单轴声悬浮研究方面, 通过提高装置的悬浮力和悬浮稳定性, 在国际上首先利用超声波将密度达  $18.9 \text{ g/cm}^3$  的金属钨饼悬浮在空中, 而国外目前仅能悬浮起密度为  $11.34 \text{ g/cm}^3$  的铅球. 这一研究成果于 2001 年 8 月 6 日发表在《应用物理快报》上, 10 月 4 日《Nature》对此进行了评述: “超声波能够悬浮起像钨那样重的物体. 这种无容器的、将物体悬在空中的方法可应用于研究和制备新材料.”

提高材料的纯净度, 尽一切可能避免杂质的混入, 是制备高质量材料的重要条件之一, 是材料科学家追求的目标. 为了获得高质量材料, 首先必须避免材料与容器壁之间的反应. 在宇宙空间, 由于没有重力的影响, 可以做到这一点. 而在地面上必须通过各种悬浮的方法才能做到. 利用电磁力可以将各种金属悬浮在空中, 但不能把非金属和有机物悬浮起来, 而用声波能把包括金属在内的所有物质悬浮起来. 据悉, 国外目前最大的悬浮能力是把铅球(密度  $11.34 \text{ g/cm}^3$ )悬浮起来, 但尚未正式报道. 美国航空航天局的研究工作是把钢球(密度  $7.8 \text{ g/cm}^3$ )悬浮起来, 而魏炳波等的工作能悬浮起高密度( $18.9 \text{ g/cm}^3$ )的金属钨饼.

西北工业大学应用物理系魏炳波教授自 1992 年底回国后, 曾获得优秀中青年人材专项基金、国家杰出青年科学基金等多项基金的连续资助. 8 年来, 魏炳波及其合作者在国家自然科学基金和其他部门的支持下, 建立了一个独具特色的“空间材料地面模拟实验室”并形成了一支以青年人为主的研究队伍. 他们自行设计和研制了多台空间材料地面模拟设备, 获得国家技术发明奖二等奖一项, 省部级科技进步奖多项. 列维斯研究中心(Lewis Research Center)的 Henry C. de Groh 在 1999 年 1 月美国航空航天局(NASA)的技术备忘录上, 对魏炳波教授在深过冷、快速凝固等方面的研究成果进行了专题评述, 称赞魏炳波等“为这一领域的国际领先水平做出了贡献”.

今年 8 月 6 日《应用物理快报》刊登了魏炳波和解文军共同撰写的论文“单轴声悬浮的参数研究”. 发表后不到两个月, 10 月 4 日《Nature》在新闻与评论栏目的声学物理学上刊登了德国马普金属所著名物理学家 E. H. Brandt 撰写的题为“悬在声中”的评述文章. 指出“超声波能够悬浮起像钨那样重的物体. 这种无容器的、将物体悬在空中的方法可应用于研究和制备新材料.”

(下转 107 页)